Отчёта по лабораторной работе №2

дисциплина: Математическое моделирование

Шапошникова Айталина Степановна НПИбд-02-18

Содержание

# Цель работы

Разобраться как основываются задачи о погоне и как ее решать, а также вывести траекторию на графике.

# Задание

Решить задачу о погоне, сделать постановку задачи, вывести дифференциальные уравнения. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

# Выполнение лабораторной работы

**Задача о погоне**

Вариант 7

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2,4 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

**Постановка задачи**

1. Принимаем за , - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, км - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны (см.Рис. 1).

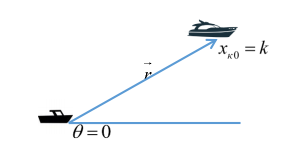


Figure 1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

1. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
2. Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или k - x/2,4v (во втором случае k + x/2,4v). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость (см.Рис. 2).

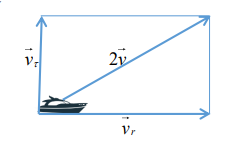


Figure 2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус, .

Из рисунка видно, что по Теореме Пифагора: . Тогда получаем .

1. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Начальные условия:

Для первого случая:

Для второго случая:

**Построение траекторий движения катера и лодки**

Написали прогрмму на Python и получили два графика:

import math

import numpy as np

from scipy.integrate import odeint

import matplotlib.pyplot as plt

k = 6.4 #начальное расстояние от лодки до катера

fi = 3\*math.pi/4

#функция, описывающая движение катера береговой охраны

def dr(tetha, r):

dr = r/math.sqrt(4.76)

return dr

#начальные условия

r01 = 1.88

r02 = 4.57

te = np.arange(0, 2\*math.pi, 0.01)

r1 = odeint(dr, r01, te)

r2 = odeint(dr, r02, te)

#функция, описывающая движение лодки браконьеров

def xt(t):

xt = math.tan(fi) \* t

return xt

t = np.arange(0, 10, 1)

#полярные координаты

polar\_te = (np.tan(xt(t)/t))\*\*-1

polar\_r = np.sqrt(t*t + xt(t)*xt(t))

#построение траектории движения катера и лодки в полярных координатах для первого случая plt.polar(te, r1, ‘g’)

plt.polar(polar\_te, polar\_r, ‘r’)

#нахождение точки пересечения траектории катера и лодки для первого случая

idx = np.argwhere(np.diff(np.sign(polar\_r - r1))).flatten()

print (polar\_te[-1])

print (polar\_r[idx[-1]])

#построение траектории движения катера и лодки в полярных координатах для второго случая

plt.polar(te, r2, ‘g’)

plt.polar(polar\_te, polar\_r, ‘r’)

#нахождение точки пересечения траектории катера и лодки для второго случая

idx = np.argwhere(np.diff(np.sign(polar\_r - r2))).flatten()

print (polar\_te[-1])

print (polar\_r[idx[-1]])

В итоге получили график траектории движения катера и лодки

в полярных координатах для первого случая (см.Рис. 3) и для второго случая (см.Рис. 4).

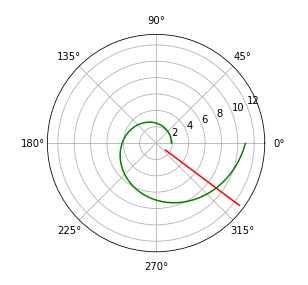


Figure 3: График траектории движения катера и лодки в полярных координатах для первого случая

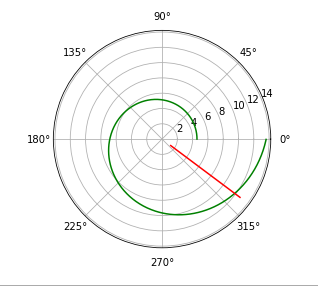


Figure 4: График траектории движения катера и лодки в полярных координатах для оторого случая

**Нахождение точки пересечения траектории катера и лодки**

Точка пересечения траектории катера и лодки для первого случая:

-0.6420926159343304

9.899494936611667

Точка пересечения траектории катера и лодки для второго случая:

-0.6420926159343304

11.313708498984761

# Выводы

После выполнения Лабораторной работы №2 мы разобрались как основываются задачи о погоне и как ее решать, а также вывели траекторию на графике.